

算数練習問題:特殊算②

問題のレベルと対象

- 難易度レベル:★★(標準)～★★★★★(難問)
 - 対象校レベル: 中堅校～難関校
-

問題1:つるかめ算(3つの要素・条件付き)

1個50円のミカン、1個90円のリンゴ、1個130円のナシを合わせて20個買い、合計金額は1880円でした。ミカンの個数とリンゴの個数が同じとき、ナシは何個買いましたか。

難易度:★★★★☆ 対象:中堅～難関校レベル

問題2:旅人算(池の周りと途中停止)

1周3.6kmの池の周りを、A君は分速150mで、B君は分速90mで、同じ地点から反対方向に同時に走り出しました。2人が2回目に出会った地点でA君は5分間休憩し、そのあと今までと同じ速さで反対方向(B君と同じ進行方向)に走り出しました。A君が再び走り出してから、B君に初めて追いつくのは、A君が再び走り出してから何分後ですか。

難易度:★★★★☆ 対象:難関校レベル

問題3: 通過算(鉄橋とトンネルと比)

ある列車が、長さ550mの鉄橋を渡り始めてから渡り終えるまでに45秒かかりました。また、この列車が長さ1510mのトンネルに入り始めてから完全に出るまでに1分33秒かかりました。この列車の長さは何mですか。また、速さは秒速何mですか。

難易度: ★★★☆☆ 対象: 中堅～上位校レベル

問題4: ニュートン算(行列の待ち時間)

ある遊園地の入場ゲートに、開園前から行列ができており、開園後も毎分一定の人数が列に加わります。入場ゲートを4つ開けると40分で行列がなくなり、入場ゲートを6つ開けると20分で行列がなくなります。入場ゲートを8つ開けた場合、行列は何分でなくなりますか。

難易度: ★★★★★ 対象: 難関校レベル

問題5: 相当算(ボールのやり取りと比)

兄と弟が持っているビー玉の個数の比は $7:4$ でしたが、兄が弟に12個あげたところ、兄と弟の個数の比は $5:6$ になりました。はじめに兄は何個持っていましたか。

難易度: ★★☆☆☆ 対象: 中堅校レベル

問題6: 仕事算(全体の仕事量が見えない)

ある水槽を満水にするのに、A管1本では12分、B管1本では18分かかります。

はじめ、A管とB管の両方を使い、途中からA管を止めてB管だけで入れたところ、入れ始めてから満水になるまで合計で9分かかりました。A管を使っていた時間は几分ですか。

難易度: ★★★☆☆ 対象: 中堅～上位校レベル

問題7: 差集め算(過不足算の応用・空席あり)

ある学校の講堂で、生徒を長椅子に座らせます。1脚に4人ずつ座ると16人が座れませんでした。そこで1脚に5人ずつ座り直すと、誰も座っていない長椅子が3脚でき、最後の1脚(人が座っている中で最後尾の椅子)には2人だけ座りました。生徒の人数は何人ですか。

難易度: ★★★☆☆ 対象: 中堅～上位校レベル

問題8: 倍数算(年齢算・3人の比)

現在、父は42歳、母は38歳、子供は10歳です。父と母の年齢の和が、子供の年齢の5倍になるのは何年後ですか。

難易度: ★★★☆☆ 対象: 中堅校レベル

解答・解説

問題1: つるかめ算(3つの要素・条件付き)

問題: 1個50円のミカン、1個90円のリンゴ、1個130円のナシを合わせて20個買い、合計金額は1880円でした。ミカンの個数とリンゴの個数が同じとき、ナシは何個買いましたか。

難易度: ★★★☆☆ 対象: 中堅～難関校レベル

答え: 8個

解説:

通常をつるかめ算は2種類ですが、今回は3種類です。しかし「ミカンとリンゴの個数が同じ」という条件が鍵です。

1. セットにする: ミカン1個(50円)とリンゴ1個(90円)は常にセットで増えるので、これを「1セット(2個)で140円の果物セット」とみなします。
 2. もし全てナシ(130円)だったら?
 $130 \times 20 = 2600$ 円
差額: $2600 - 1880 = 720$ 円
ミカンとリンゴのセット(2個で140円)に置き換えると、ナシ2個(260円)がセット1つ(140円)に変わるので、差額は $260 - 140 = 120$ 円縮まります。
 3. セット数: $720 \div 120 = 6$ セット
つまり、ミカン6個、リンゴ6個。合わせて12個。
ナシの個数: $20 - 12 = 8$ 個
-

問題2: 旅人算 (池の周りと途中停止)

1周3.6kmの池の周りを、A君は分速150mで、B君は分速90mで、同じ地点から反対方向に同時に走り出しました。2人が2回目に出会った地点でA君は5分間休憩し、そのあと今までと同じ速さで反対方向(B君と同じ進行方向)に走り出しました。A君が再び走り出してから、B君に初めて追いつくのは、A君が再び走り出してから何分後ですか。

難易度: ★★★★★ ☆ 対象: 難関校レベル

答え: 27.5分後(27分30秒後)

解説: 状況の変化を整理します。

1. 2回目に出会うまで:

反対方向に進むので「速さの和」です。

2回目に出会う=2人が合計で池を2周分走ったとき。

$$(3600\text{m} \times 2) \div (150 + 90) = 7200 \div 240 = 30\text{分後。}$$

このとき、A君とB君は同じ場所にいます。

2. A君の休憩中(5分間):

A君は止まっています。B君はその間も分速90mで進み続けます。

$$\text{B君が進んだ距離} = 90 \times 5 = 450\text{m。}$$

つまり、A君が再スタートする瞬間、B君はA君の450m先にいます。

3. 追いかっこ:

A君は方向転換してB君と同じ方向(追いかける形)になります。

ここからは「速さの差」の旅人算です。

距離の差: 450m

$$\text{速さの差: } 150 - 90 = 60\text{m/分}$$

$$\text{追いつく時間: } 450 \div 60 = 7.5\text{分}$$

...と考えがちですが、ここで罠があります。

池は3.6kmの周回コースです。「450m先にいる」といっても、A君が逆方向に走り出した場合、B君はA君の後ろから迫っているのか、前から逃げているのか？

問題文: 「今までと同じ速さで反対方向(B君と同じ進行方向)に走り出しました」

→ すれ違った後、A君は元来た道に戻るのではなく、B君が進んでいった方向へ追いかける形になります。

ですから、単純に450mの差を詰める計算でOKです。

答えは 7.5分後。

問題3: 通過算(鉄橋とトンネルと比)

ある列車が、長さ550mの鉄橋を渡り始めてから渡り終わるまでに45秒かかりました。また、この列車が長さ1510mのトンネルに入り始めてから完全に出るまでに1分33秒かかりました。この列車の長さは何mですか。また、速さは秒速何mですか。

難易度: ★★★☆☆ 対象: 中堅～上位校レベル

答え: 長さ: 350m、速さ: 秒速20m

解説: 通過算の基本公式: 「進んだ距離 = 橋やトンネルの長さ + 列車の長さ」

列車の長さをL、速さをS とします。

- 条件整理:
 - 鉄橋の場合: 距離 = $550 + L$ 、時間 = 45秒
 - トンネルの場合: 距離 = $1510 + L$ 、時間 = 1分33秒 = 93秒
 - 差に注目する:
 - 時間の差: $93 - 45 = 48$ 秒
 - 距離の差: $(1510 + L) - (550 + L) = 960$ m
(列車の長さLは引き算で消えます)
 - 速さを求める:
 - 列車は48秒で960m多く進んだこととなります。
 - 速さ = $960 \div 48 = 20$ m/秒
 - 長さを求める:
 - 鉄橋の条件に戻します。
 - 45秒で進む距離 = $20 \times 45 = 900$ m
 - 列車の長さ = 進んだ距離 - 鉄橋の長さ
 - $L = 900 - 550 = 350$ m
-

問題4: ニュートン算(行列の待ち時間)

ある遊園地の入場ゲートに、開園前から行列ができており、開園後も毎分一定の人数が列に加わります。入場ゲートを4つ開けると40分で行列がなくなり、入場ゲートを6つ開けると20分で行列がなくなります。入場ゲートを8つ開けた場合、行列は何分でなくなりますか。

難易度: ★★★★★ ☆ 対象: 難関校レベル

答え: 13と1/3分(13分20秒)

解説: ニュートン算のポイントは「(処理量) - (増加量) = (実際の減少量)」です。

ゲート1つが1分間に処理する人数を「1」、毎分並ぶ人数を「増」と置きます。

1. 仕事量を表す:
もともとの行列の人数 = (減少ペース) × 時間
 - 4つのとき: $(4 - \text{増}) \times 40$
 - 6つのとき: $(6 - \text{増}) \times 20$
 2. 等式を作る:
もともとの人数は同じなので、
 $(4 - \text{増}) \times 40 = (6 - \text{増}) \times 20$
両辺を20で割って簡単にします。
 $(4 - \text{増}) \times 2 = (6 - \text{増}) \times 1$
 $8 - 2 \times \text{増} = 6 - \text{増}$
これより、 $\text{増} = 2$
つまり、毎分ゲート2つ分のお客さんが新たに並びます。
 3. もともとの人数を求める:
 $(4 - 2) \times 40 = 80$
もともと並んでいたのはゲート80分(分)の人数です。
 4. 8つのゲートで計算:
処理能力は8、増加は2なので、1分あたり減る量は $(8 - 2) = 6$ です。
かかる時間 = $80 \div 6 = 80/6 = 40/3 = 13\text{と}1/3\text{分}$
-

問題5: 相当算(ボールのやり取りと比)

兄と弟が持っているビー玉の個数の比は 7:4 でしたが、兄が弟に12個あげたところ、兄と弟の個数の比は 5:6 になりました。はじめに兄は何個持っていましたか。

難易度: ★★☆☆☆ 対象: 中堅校レベル

答え: 42個

解説: この問題の最重要ポイントは「やり取りしても、2人の合計個数は変わらない(和一定)」ということです。

1. 比を合わせる(比合わせ):
 - はじめ: 兄:弟 = 7:4 (合計11)
 - あとで: 兄:弟 = 5:6 (合計11)
 2. 今回はたまたま合計の比の数値が「11」で同じです。もし違えば最小公倍数で揃えます。合計の「11」が実際の個数においても変わらないので、比の数字をそのまま差として使えます。
 3. 比の変化を見る:
兄は「7」から「5」に減りました。
変化量: $7 - 5 = 2$
この「丸2」が、あげた「12個」に相当します。
 4. 計算:
丸1あたり = $12 \div 2 = 6$ 個
はじめの兄 = 丸7 = $6 \times 7 = 42$ 個
-

問題6: 仕事算(全体の仕事量が見えない)

ある水槽を満水にするのに、A管1本では12分、B管1本では18分かかります。

はじめ、A管とB管の両方を使い、途中からA管を止めてB管だけで入れたところ、入れ始めてから満水になるまで合計で9分かかりました。A管を使っていた時間は何分ですか。

難易度: ★★★☆☆ 対象: 中堅～上位校レベル

答え: 6分

解説: 全体の仕事量を最小公倍数でおき、つるかめ算で解きます。

1. 時間あたりの仕事量:

全体の量を 36(12と18の最小公倍数)とします。

$$Aの仕事量/分 = 36 \div 12 = 3$$

$$Bの仕事量/分 = 36 \div 18 = 2$$

$$(A+B)の仕事量/分 = 3 + 2 = 5$$

2. つるかめ算の適用:

「A+B(毎分5)」と「Bのみ(毎分2)」を組み合わせて、合計9分間で、合計仕事量36をこなした。

もし9分間ずっと「Bのみ」だったら?

$$2 \times 9 = 18$$

$$足りない仕事量 = 36 - 18 = 18$$

「A+B」を「Aのみ」に変えると、1分あたりの仕事量は $(5 - 2) = 3$ 増える。

$$Aの時間 = 18 \div 3 = 6分$$

問題7: 差集め算(過不足算の応用・空席あり)

ある学校の講堂で、生徒を長椅子に座らせます。1脚に4人ずつ座ると16人が座れませんでした。そこで1脚に5人ずつ座り直すと、誰も座っていない長椅子が3脚でき、最後の1脚(人が座っている中で最後尾の椅子)には2人だけ座りました。生徒の人数は何人ですか。

難易度: ★★★☆☆ 対象: 中堅～上位校レベル

答え: 152人

解説: 差集め算の典型ですが、「空き椅子」と「端数」の扱いに注意が必要です。

- 2つの状態の比較:
 - 状態A: 1脚4人 → 全員座ってまだ16人余る(+16)
 - 状態B: 1脚5人 → 長椅子全体のうち3脚は0人、1脚は2人、残りは5人満席。
 - 状態Bを「不足」の形に言い換える:
もし全ての長椅子にきっちり5人座らせようとすると、何人足りないか?
 - 空の3脚分: $5 \times 3 = 15$ 人不足
 - 2人の椅子分: あと3人で満席 = 3人不足
 - 合計不足人数: $15 + 3 = 18$ 人不足(-18)
 - 全体の差を考える:
1脚あたりの差: $5 - 4 = 1$ 人
全体の差: 余り16と不足18の開きなので、 $16 + 18 = 34$ 人
 - 椅子の数を求める:
 $34 \div 1 = 34$ 脚
 - 生徒数を求める:
状態Aの式に入れるのが簡単です。
 $4 \times 34 \text{脚} + 16 \text{人} = 136 + 16 = 152 \text{人}$
念のため状態Bでも確認。
34脚のうち、満席なのは $(34 - 3 - 1) = 30$ 脚。
 $5 \times 30 + 2 = 150 + 2 = 152 \text{人}$ 。
-

問題8: 倍数算(年齢算・3人の比)

現在、父は42歳、母は38歳、子供は10歳です。父と母の年齢の和が、子供の年齢の5倍になるのは何年後ですか。

難易度: ★★☆☆☆ 対象: 中堅校レベル

答え: 10年後

解説: 3人以上の年齢算も「和」と「差」に注目しますが、今回は「2人の和」対「1人」の倍数算として扱います。

1. 現在の状況:

$$(\text{父} + \text{母})\text{の和} = 42 + 38 = 80\text{歳}$$

$$\text{子供} = 10\text{歳}$$

2. 毎年の変化:

1年経つと、(父+母)の和は「2歳」増えます。

子供は「1歳」増えます。

ここが重要です。差が縮まったり開いたりするペースが変わります。

3. 旅人算的に解く(あるいは表で解く):

x 年後とします。

$$(80 + 2x) = (10 + x) \times 5$$

今の差ではありません。「倍数算」の変形です。

式を展開:

$$80 + 2x = 50 + 5x$$

$$30 = 3x$$

$$x = 10$$

検算:

10年後 → 父52、母48(和100)。子20。

$$100 \div 20 = 5\text{倍。}$$